

Externalidades

Nicholson 19

→ Definição

→ Tipos

1) Produção: x afeta y

$$x = f(K, L) \quad y = f(K, L, x)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} > 0 \Rightarrow \text{E.P.}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} < 0 \Rightarrow \text{E.N.}$$

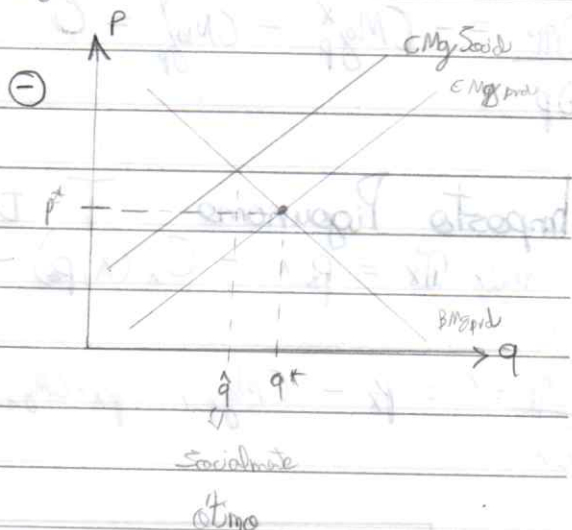
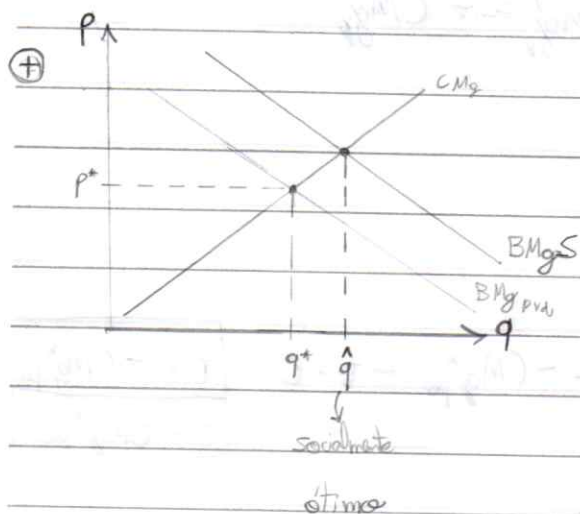
2) Consumo:

$$U_s = f(x_1, \dots, x_n; x)$$

$$U_s = f(x_1, \dots, x_n; U_j)$$

$$\frac{\partial U_s}{\partial U_j} > 0 \Rightarrow \text{E.P.}$$

$$\frac{\partial U_s}{\partial U_j} < 0 \Rightarrow \text{E.N.}$$



→ Externalidade Negativa na produção (Capítulo 19 Nicholson)

2 empresas $\begin{cases} X \Rightarrow \max_{x,p} \pi_x = p_x X - C_x(X, p) \Rightarrow \text{produtores} \\ Y \Rightarrow \max_y \pi_y = p_y Y - C_y(Y, p) \Rightarrow \text{pescadores} \end{cases}$

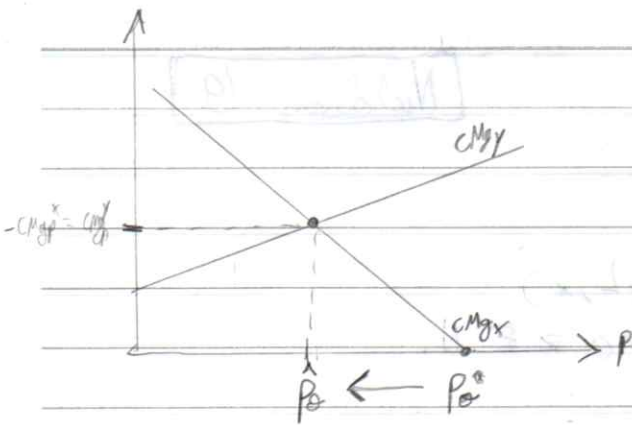
$$(x) \frac{\partial \pi}{\partial x} = 0 = p_x - \frac{\partial C}{\partial x}$$

$$p_x = \frac{\partial C}{\partial x} = CMg_x$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = - \frac{\partial C}{\partial p} = 0$$

$$CMg_p = 0$$

$$(y) \frac{\partial \pi}{\partial y} = 0 \Rightarrow p_y = CMg_y$$



Podemos internalizar a externalidade negativa através da fusão.

$$\max_{x, y, p} \pi: p_x x + p_y y - C_x(x, p) - C_y(x, p)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = 0 = p_x - CM_{gx} \quad p_x = CM_{gx} \quad \frac{\partial \pi}{\partial y} = 0 = p_y - CM_{gy} \quad p_y = CM_{gy}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = -CM_{gx}^x - CM_{gy}^y = 0 \quad CM_{gy}^y = -CM_{gx}^x$$

• Imposto Pigouviano $T = t \cdot P_e$

$$\max_{x, p} \pi_x = p_x x - C_x(x, p) - t p_e$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial x} = 0 = p_x - CM_{gx} \quad p_x = CM_{gx} \quad \frac{\partial \pi}{\partial p_e} = -CM_{gx}^x p_e - t = 0 \quad \boxed{t = -CM_{gx}^x p_e}$$

$$\boxed{t = BM_{gx}^x p_e}$$

$$\boxed{t = CM_{gy, p_e} = -CM_{gx, p_e}}$$

• Quotas de poluição $\hat{P}_e = P_{e1} + P_{e2}$

$$C_1(p_{e1}) ; C_2(p_{e2})$$

objetivo social: $\min [C_1(p_{e1}) + C_2(p_{e2})]$ s.o. $\hat{P}_e = P_{e1} + P_{e2}$

$$L = C_1(p_{e1}) + C_2(p_{e2}) - \lambda (P_{e1} + P_{e2} - \hat{P}_e)$$

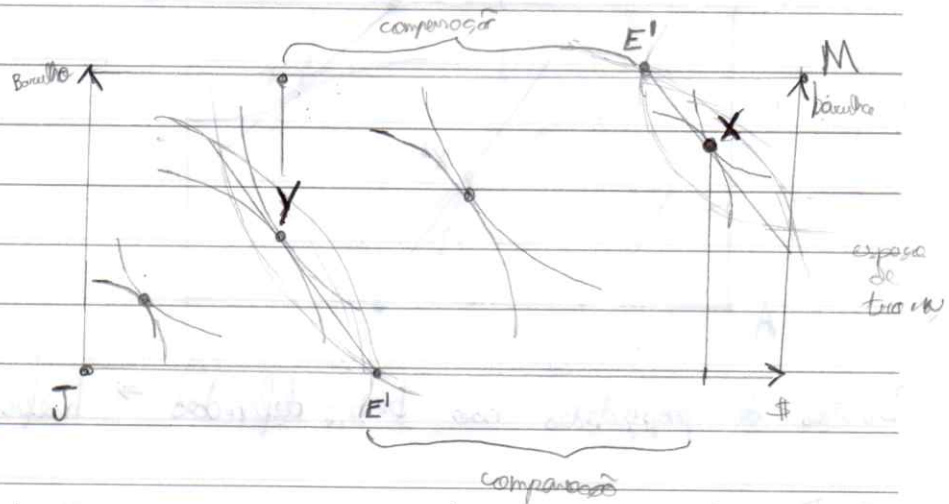
$$\frac{\partial L}{\partial p_{e1}} = 0 \Rightarrow CM_{g1} = \lambda \quad \frac{\partial L}{\partial p_{e2}} = 0 \Rightarrow CM_{g2} = \lambda \quad \boxed{CM_{g1} = CM_{g2}}$$

Se as CMgs são diferentes, as cotas devem ser diferentes; menor

CMgpe, maior cota de poluição. Problemas informacionais.

- Licenças Negociáveis $\rightarrow$ Mercado para externalidade

Teorema de Coase

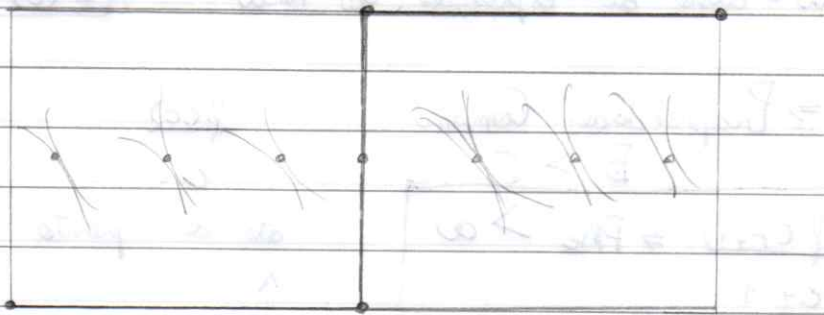


Se João tem o direito de propriedade de fazer barulho, X é o ótimo.
 Se Maria tem o direito de propriedade de silêncio, Y é o ótimo.
 Ambos os pontos são Pareto-eficientes, mas a questão distributiva difere.

Sem custos de transação

Prefs. quase-lineares

Independente do direito de propriedade



2004. 15. $U_A(l, m_A) = \frac{4}{3}\sqrt{l} + m_A + p$ fumante
 $U_B(l, m_B) = m(1-l) + m_B - p$

B tem o direito a ter ar puro.

$$TMS_A = \frac{\partial U_A / \partial l}{\partial U_A / \partial m_A} = \frac{\frac{4}{6}\sqrt{l}}{1} = \frac{2}{3\sqrt{l}} \quad TMS_B = \frac{\partial U_B / \partial l}{\partial U_B / \partial m_B} = \frac{1}{(1-l)}$$

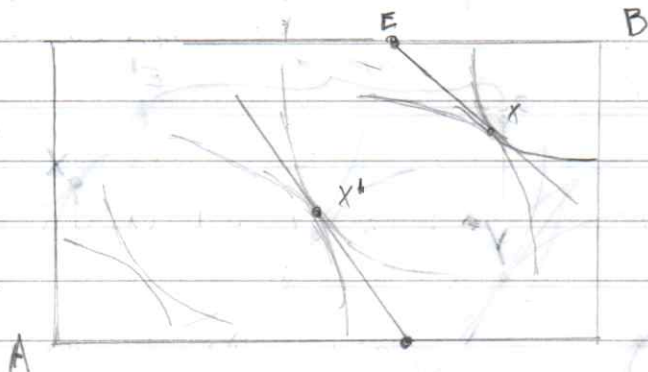
$$2 - 2l = 3\sqrt{l} = p = 4 - 8l + 4l^2 = 9l$$

$$4 - 17l + 4l^2 = 0 \quad \Delta = 17^2 - 16 \cdot 4 \cdot 4 = 17 \cdot 17 - 16 \cdot 16 = 33$$

$$l = \frac{17 \pm \sqrt{33}}{8} \quad \left\{ \begin{array}{l} l' = 4 \\ l'' = 1/4 \end{array} \right. \quad p = 1 - 1/4 = 3/4$$

$$G = p \cdot l = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

09/07



Direitos de propriedades não bem-definidos $\rightarrow$ Ineficiência (Tragédia dos Comuns)

Ex: Pato $c \rightarrow$ n.º de vacas $f(c) \Rightarrow$ valor do leite

$$f(c) = PM_e \quad \max_c f(c) - a \cdot c$$

$a =$ custo de exposição das vacas

$$f'(c) = a$$

$$PM_g = CM_g$$

$\Rightarrow$ solução privada

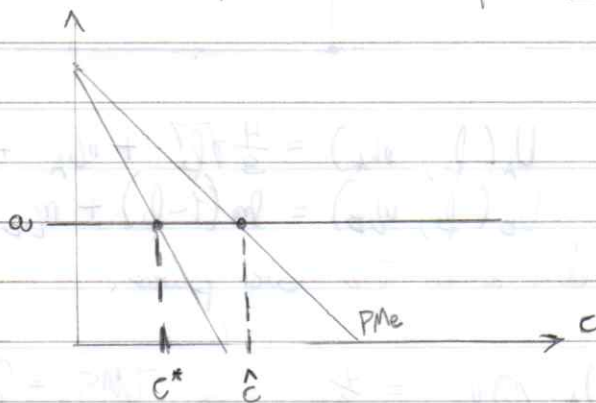
$\Rightarrow$ Propriedade Comum

$$B > C$$

$$f(c+1) \Rightarrow PM_e > a$$

$$f(c)$$

até o ponto em que $PM_e = a$



Bens Públicos: não-rivais e não-excludentes

Ex.: $w_1 \rightarrow$ riqueza $g_1 \rightarrow$ contribuição $x_1 \rightarrow$ gasto com outras bens
 w_2 g_2 x_2

0.17

$$w_1 = x_1 + g_1$$

$$U_1 = (x_1, G)$$

$\Rightarrow R \rightarrow$ preço-resposta

$$w_2 = x_2 + g_2$$

$$U_2 = (x_2, G)$$

$$\pi_1 \Rightarrow U_1(x_1, 1) \sim U_1(x_1, 0)$$

$$\pi_2 \Rightarrow U_2(x_2, 1) \sim U_2(x_2, 0)$$

$$\begin{cases} G=1 \Rightarrow (x_1, x_2, 1) \\ G=0 \Rightarrow (w_1, w_2, 0) \end{cases}$$

$$x_1 = w_1 - g_1 \quad x_2 = w_2 - g_2$$

A TV só será adquirida se houver uma melhoria de Pareto.

$$U_1(w_1, 0) = U_1(w_1, 0) < U_1(x_1, 1) = U_1(w_1 - g_1, 1)$$

$$U_2(w_2, 0) = U_2(w_2, 0) < U_2(x_2, 1) = U_2(w_2 - g_2, 1)$$

$$U_1(w_1 - \pi_1, 1) < U_1(w_1 - g_1, 1)$$

$$U_2(w_2 - \pi_2, 1) < U_2(w_2 - g_2, 1)$$

$$w_i - g_i > w_i - \pi_i$$

$$-g_i > -\pi_i$$

$$g_i < \pi_i \quad \forall i$$

$\sum g_i \geq$ Custo de aquisição do bem público

Se as preferências forem quase-lineares, π não depende de w_i .

$$\sum_{i=1}^n B M_{g_i} = C M_g$$

Mecanismo VCG

Incentivo para que os indivíduos contribuam de acordo com seu preço-resposta.

$$U_i(x_i, G) \quad \pi_i \Rightarrow U(x_i, 1) = U(x_i, 0) \quad \pi_i > g_i$$

esquema de remuneração

$$R_j = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n g_i$$

$\rightarrow$ induz o indivíduo a contribuir π_i

Mecanismo VCG

↳ Provisão do bem público ^{Disposição a pagar}
 $\max \sum U_i$ tal que $\sum v_i \geq c$

I) Cada um declara sua disposição a pagar (DP)
 $v_i = f(DP_i)$

Cada indivíduo tem incentivo para não revelar sua verdadeira DP, substituir sua DP para pegar carona (problema do free-rider). Por causa disso o bem público não é dotado.

II) Mecanismo para revelar verdadeira DP

- Cada um paga c_i (contribuição)
- Cada um revela sua DP (v_i)
- Avaliar se $\sum v_i > c$

Não tem custo desviar do seu verdadeiro valor (mentir não tem custo)

$$r_i = v_i - c_i \quad \text{Se } \sum r_i > 0, \text{ bem público dotado}$$

↳ Agente pivô = agente que mentindo, consegue sozinho afetar o resultado social.

O objetivo do mecanismo é que o agente pivô revele sua verdadeira disposição a pagar.

Ex1. pivô quer TV $\rightarrow$ demais não querem

$$\sum_{i \neq j} r_i \leq 0 \quad +J \Rightarrow \sum_{i=1}^n r_i > 0$$

$$\downarrow \quad H_i = -\sum_{i \neq j} r_i \Rightarrow \text{custo imposto aos demais}$$

Ex2. pivô não quer TV $\rightarrow$ demais querem

$$\sum_{i \neq j} r_i > 0 \quad +J \Rightarrow \sum_{i=1}^n r_i < 0 \quad H_i = +\sum_{i \neq j} r_i$$

Imposto Clarke - Groves

Sobre o pivô.

$$i = H_i = \sum_{i \neq j} v_i$$

Exercício: $TV = \$300$ 3 colegas $c_i = \$100$

$$v_A = 50 \quad v_B = 50 \quad v_C = 250$$

Se $\sum v_i > 0$, a tr. será comprada.

	v_i	c_i	v_i	i
A	50	100	-50	0
B	50	100	-50	0
(P) C	250	100	150	100

$$\sum v_i = 50 > 0 \rightarrow \text{tr. será comprada}$$

Será Pareto-dominante se $\sum v_i > \sum c_i$.

$$(A) \sum_{i \neq A} v_i = 100 > 0 \quad v_A = -50 < 0 \rightarrow \text{não consegue obter o resultado}$$

$$(B) \sum_{i \neq B} v_i = 100 > 0 \quad v_B = -50 < 0 \rightarrow \text{não consegue obter o resultado}$$

$$(C) \sum_{i \neq C} v_i = -100 < 0 \quad v_C = 150 > 0 \rightarrow \text{pivô}$$

$$\text{imposto} = H_i = \sum_{i \neq C} v_i = -(-100) = 100$$

Ex.: Quanto do bem público será eleito?

$$U_1(x_1, G)$$

$$U_2(x_2, G)$$

$$R.O. \quad w_1 + w_2 = x_1 + x_2 + C(G)$$

$$\max_{x_1, x_2, G} U_1(x_1, G) \quad \text{tal que} \quad U_2(x_2, G) = \bar{U}_2, \quad x_1 + x_2 + C(G) = w_1 + w_2$$

$$L = U_1(x_1, G) - \lambda (U_2(x_2, G) - \bar{U}_2) - \mu (x_1 + x_2 + C(G) - w_1 - w_2)$$

$$L_{x_1} = 0 = U_{1x_1} - \mu \quad U_{1x_1} = \mu = -\lambda U_{2x_2}$$

$$L_{x_2} = 0 = -\lambda U_{2x_2} - \mu$$

$$L_G = 0 = U_{1G} - \lambda U_{2G} - \mu C_{MG} = 0$$

$$\mu = U_{g x_1} = -\lambda U_{g x_2} \Rightarrow \lambda = -\frac{U_{g x_1}}{U_{g x_2}}$$

$$U_{g_1 G} = \lambda U_{g_2 G} + \mu C_{MgG}$$

$$U_{g_1 G} = -\frac{U_{g x_1}}{U_{g x_2}} U_{g_2 G} + U_{g x_1} C_{MgG}$$

$$\frac{U_{g_1 G}}{U_{g x_1}} + \frac{U_{g x_1}}{U_{g x_2}} U_{g_2 G} = U_{g x_1} C_{MgG}$$

$$\frac{U_{g_1 G}}{U_{g x_1}} + \frac{U_{g_2 G}}{U_{g x_2}} = C_{MgG}$$

$$TMS_1 + TMS_2 = C_{MgG}$$

2009.14. $G = g_1 + g_2$ $U_1 = 3\sqrt{G} + x_1$ $U_2 = 5\sqrt{G} + x_2$
 $G^* = ?$ $\max U_1$ tal que $U_2 = \bar{U}_2$ e R.O. $x_1 + x_2 + g_1 + g_2 = w_1 + w_2$

$$L = 3\sqrt{G} + x_1 - \lambda (5\sqrt{G} + x_2 - \bar{U}_2) - \mu (x_1 + x_2 + G - w_1 - w_2)$$

$$L_{x_1} = 1 - \mu = 0 \quad \mu = 1 \quad \frac{3}{2\sqrt{G}} + \frac{5}{2\sqrt{G}} = 1 \quad 4G = 64$$

$$L_{x_2} = -\lambda - \mu = 0 \quad \lambda = -1 \quad \frac{3}{2\sqrt{G}} + \frac{5}{2\sqrt{G}} = 1 \quad \boxed{G = 16}$$

$$L_G = \frac{3}{2\sqrt{G}} - \lambda \frac{5}{2\sqrt{G}} - \mu = 0 \quad 3 + 5 = 2\sqrt{G} = 8$$

$$TMS = C_{MgG} = \frac{U_{g_1 G}}{U_{g x_1}} + \frac{U_{g_2 G}}{U_{g x_2}} = \frac{3}{2\sqrt{G} \cdot 1} + \frac{5}{2\sqrt{G} \cdot 1} = 1$$